

FOLIO
TAT
Cb
CER-63-52
Cp. 2

LIBRARY OF THE
BUREAU OF REVENUE
WASHINGTON, D. C.

THE ROLE OF THE FROUDE NUMBER
IN OPEN-CHANNEL RESISTANCE

by

Hunter Rouse
Iowa Institute of Hydraulic Research

and



H. J. Koloseus and Jacob Davidian
U. S. Geological Survey

MASTER FILE COPY

The Role of the Froude Number
in Open-Channel Resistance

by

HUNTER ROUSE

Iowa Institute of Hydraulic Research

and

H. J. KOLOSEUS and JACOB DAVIDIAN

U.S. Geological Survey

Institute of Hydraulic Research

University of Iowa

Reprint No. 185

CER 63 HJK 52

THE ROLE OF THE FROUDE NUMBER IN OPEN-CHANNEL RESISTANCE

LE RÔLE DU NOMBRE DE FROUDE DANS LES PROBLÈMES DE RÉSISTANCE À L'ÉCOULEMENT DANS LES CANAUX DÉCOUVERTS

by Hunter ROUSE
Iowa Institute of Hydraulic Research
and
H. J. KOLOSEUS and Jacob DAVIDIAN
U.S. Geological Survey

A frequent assumption regarding channel resistance is that the mean intensity of boundary shear is dependent upon the mean depth and velocity of flow, the shape of the cross section, a linear measure of the boundary roughness, and the mass density, specific weight, and dynamic viscosity of the water:

$$\tau = \varphi(d, V, \text{shape}, r, \rho, \gamma, \mu)$$

These quantities may be combined to yield the following nondimensional form of functional relationship:

$$\frac{\tau}{\rho V^2} = \varphi\left(\frac{Vd}{\mu/\rho}, \frac{r}{d}, \text{shape}, \frac{V}{\sqrt{d\gamma/\rho}}\right)$$

Through introduction of the equilibrium condition involving the hydraulic radius and channel slope, $\tau = \gamma RS$, the dependent parameter can also be written in terms of the familiar Chezy C or Weisbach f :

$$\frac{\tau}{\rho V^2} = \frac{g}{C^2} = \frac{f}{8}$$

Though the form of the general relationship for open channels has yet to be evaluated, there is ample evidence that the resistance coefficient is truly a function of the Reynolds number, the relative roughness, and the shape of the flow section, for open as well as closed conduits. The

Il est souvent admis, dans l'étude des problèmes de résistance à l'écoulement dans les canaux, que l'intensité moyenne de l'effort de cisaillement aux limites est fonction, à la fois, de la profondeur d'eau et de la vitesse d'écoulement moyennes, de la forme (= shape) de la section transversale du canal, d'une mesure linéaire de la rugosité aux limites, de la densité, du poids spécifique, et de la viscosité dynamique de l'eau:

Il est possible de combiner ces grandeurs de manière à obtenir une expression fonctionnelle, de forme adimensionnelle:

L'introduction de la condition d'équilibre, dans laquelle interviennent le rayon hydraulique et la pente du canal, $\tau = \gamma RS$, permet d'écrire également le paramètre correspondant en fonction des coefficients bien connus C de Chézy, ou f de Weisbach.

Bien que la forme de la relation générale correspondant aux canaux ouverts reste encore à déterminer, il paraît amplement évident que le coefficient de résistance est véritablement fonction, à la fois, du nombre de Reynolds, de la rugosité relative, et de la forme de la section

presence of the Froude number, on the other hand, is less satisfactorily justified by experience. The resistance of open-channel transitions, like that of ships, is assuredly dependent upon gravitational effects, because of the formation of standing waves. However, such phenomena involve boundary configurations which are inherently nonuniform, whereas the resistance problem is normally restricted to conditions approaching uniformity. (More than one experimental investigation of channel "roughness", nevertheless, have utilized boundary irregularities which were so large as to represent changes in cross section rather than surface texture.)

Since the few indications of gravitational influence that are to be found in the literature [see References 1-3] were all obtained at Froude numbers well in excess of unity, it was eventually surmised that the phenomenon was in some way connected with the surface instability involved in the formation of roll waves. Now the stability of open-channel flow is analyzed in much the same manner as that of closed-conduit flow, by assuming a periodic disturbance of small amplitude to occur and determining from the equations of motion whether the perturbation will be damped or amplified. In the case of confined flow, augmentation of the disturbance leads to the onset of turbulence, whereas in free-surface flow it corresponds to the development of travelling waves, the larger of which then continue to grow as they overtake and assimilate the smaller. Although the problem of internal stability has been solved with a considerable degree of rigor, that of surface stability is so complex that all of the analyses to date [see, for example, References 4-7] have involved varying degrees of simplification. The most elementary result [4] for the limit of stability is a constant magnitude of the Froude number equal to 2. A considerably more extensive solution would yield a magnitude which varied with the Reynolds number, relative roughness, and cross-sectional shape; this is indicated for a wide, hydraulically rough channel in Fig. 1 [7].

If the gravitational influence upon open-channel resistance actually is associated with the development of roll waves, then the unsteadiness as well as the nonuniformity of such motion would seem to place it even farther

d'écoulement, tant pour les conduites fermées que pour les canaux à ciel ouvert. Par contre, la présence du nombre de Froude semble être moins bien justifié par l'expérience.

La résistance des raccordements des canaux ouverts, tout comme celle des bateaux, doit sûrement dépendre de phénomènes de gravitation, à cause de la formation de clapotis. Cependant, les configurations aux limites correspondant à de tels phénomènes sont intrinsèquement non-uniformes, alors que le problème de la résistance est normalement limité aux conditions approchant l'uniformité. (Cependant, il a été tenu compte, dans plus d'une étude expérimentale de la „rugosité” des canaux, d'irrégularités aux limites si importantes qu'elles représentaient de véritables modifications de la section, plutôt que de simples variations de la texture superficielle.)

Etant donné que les quelques indications que l'on trouve sur l'influence de la gravitation dans la littérature [voir réf. bibl. 1-3] ont toutes été déterminées pour des nombres de Froude bien supérieurs à l'unité, on a fini par soupçonner que ce phénomène serait lié, d'une manière quelconque, à l'instabilité superficielle intervenant dans la formation des „roll waves” (vagues dues à l'instabilité de l'écoulement sur de fortes pentes). Or, l'analyse de la stabilité d'un écoulement en canal ouvert se fait à peu près de la même manière que celle correspondant à un écoulement en conduite fermée, c'est-à-dire en supposant qu'il apparaît une perturbation périodique de faible amplitude, et en vérifiant, à partir des équations du mouvement, si cette perturbation est amortie ou amplifiée. Dans le cas d'un écoulement en conduite fermée, une augmentation de cette perturbation conduit à l'apparition de la turbulence, alors que dans le cas de l'écoulement à surface libre, elle correspond au développement d'ondes progressives, dont les plus grandes continuent alors à croître à mesure qu'elles attrapent et absorbent les plus petites. Bien qu'une solution très rigoureuse ait été obtenue pour le problème de la stabilité interne, celui de la stabilité superficielle est, par contre, si complexe, que toutes les analyses effectuées jusqu'à présent [voir p.ex. réf. bibl. 4-7] ont nécessité des degrés de simplification plus ou moins importants. Le résultat le plus élémentaire [4] pour la limite de stabilité se présente

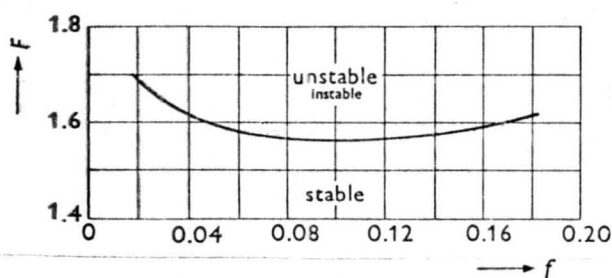


Fig. 1.

from the realm of surface resistance than is mere cross-sectional irregularity. On the other hand, to become perceptible, roll waves normally must develop over reaches that are several orders greater than the depth, and within such reaches the influence of gravity might well be treated in terms of the usual resistance function for steady, uniform flow.

In the course of experiments at Iowa on the role of roughness concentration in surface resistance, an excellent opportunity was recently afforded to extend the range of Froude numbers well beyond the computed stability limit. The roughness elements were $\frac{3}{16}$ -inch brass cubes cemented in a diamond-shaped pattern to the bottom of a tilting flume 2 feet wide and 30 feet long. So significant were the results obtained with areal concentrations of $\frac{1}{128}$ and $\frac{1}{32}$ that additional concentrations of $\frac{1}{512}$ and $\frac{1}{8}$ were subsequently studied in the same flume, and the $\frac{1}{32}$ concentration was also reproduced in a flume 2.5 feet wide and 85 feet long. As described elsewhere [8], all experimental results obtained for the stable regime of flow could be expressed as a unique function of the relative height k/d and concentration λ of the roughness elements. For the unstable regime, on the other hand, the results were found to deviate therefrom in proportion to the growth of the Froude number F beyond its limiting value F_s for stable flow.

Fig. 2 contains a plot of all data obtained for a typical roughness concentration ($\frac{1}{32}$) in the 85-foot flume, from which one can clearly discern the deviation of values for particular rates of flow (i.e., constant Reynolds number R) as the Froude number increases beyond the stability limit. Similar plots were obtained with the same and other concentrations in the shorter

sous la forme d'une grandeur constante du nombre de Froude, égale à 2. Une solution beaucoup plus extensive fournirait une grandeur variable en fonction, à la fois, du nombre de Reynolds, de la rugosité relative, et de la forme de la section transversale, ainsi que l'indique la figure 1 [7], qui correspond à un canal large et rugueux (hydrauliquement parlant).

Dans le cas où l'influence de la gravitation sur la résistance d'un canal ouvert est effectivement associée au développement des „roll waves”, il semble, dans ces conditions, que la non-permanence et la non-uniformité de ce mouvement le situerait plus loin encore du domaine de la résistance superficielle que ne l'est la simple irrégularité de la section transversale. Par contre pour qu'elles puissent devenir perceptibles, les „roll waves” doivent normalement se développer sur des longueurs de canal supérieures de plusieurs ordres de grandeur à celui de la profondeur; or, à l'intérieur de telles longueurs, l'influence de la gravité pourrait bien être traitée en fonction de la classique expression de la résistance correspondant à l'écoulement permanent et uniforme.

Au cours de récentes expériences faites à Iowa sur le rôle joué par la concentration de la rugosité dans la résistance superficielle, il s'est présenté une excellente occasion d'étendre la gamme des nombres de Froude bien au-delà de la limite de stabilité calculée. Les éléments de rugosité employés étaient des cubes en laiton de $\frac{3}{16}$ ”, disposés suivant un schéma „en losanges multiples”, et scellés sur le fond d'un canal à pente variable large de 2 pieds et long de 30 pieds. Les résultats obtenus avec des concentrations, par rapport à la surface, de $\frac{1}{128}$ et de $\frac{1}{32}$ ont été si significatifs que des études complémentaires ont été effectuées par la suite, dans le même canal, avec des concentrations de $\frac{1}{512}$, et de $\frac{1}{8}$; la concentration de $\frac{1}{32}$ a également été reproduite dans un canal large de 2,5 pieds et long de 85 pieds. Ainsi qu'il est décrit dans un autre texte [8], l'ensemble des résultats expérimentaux qui ont été obtenus pour un régime d'écoulement stable ont pu être exprimés comme fonction unique de la hauteur relative k/d , et de la concentration λ des élé-

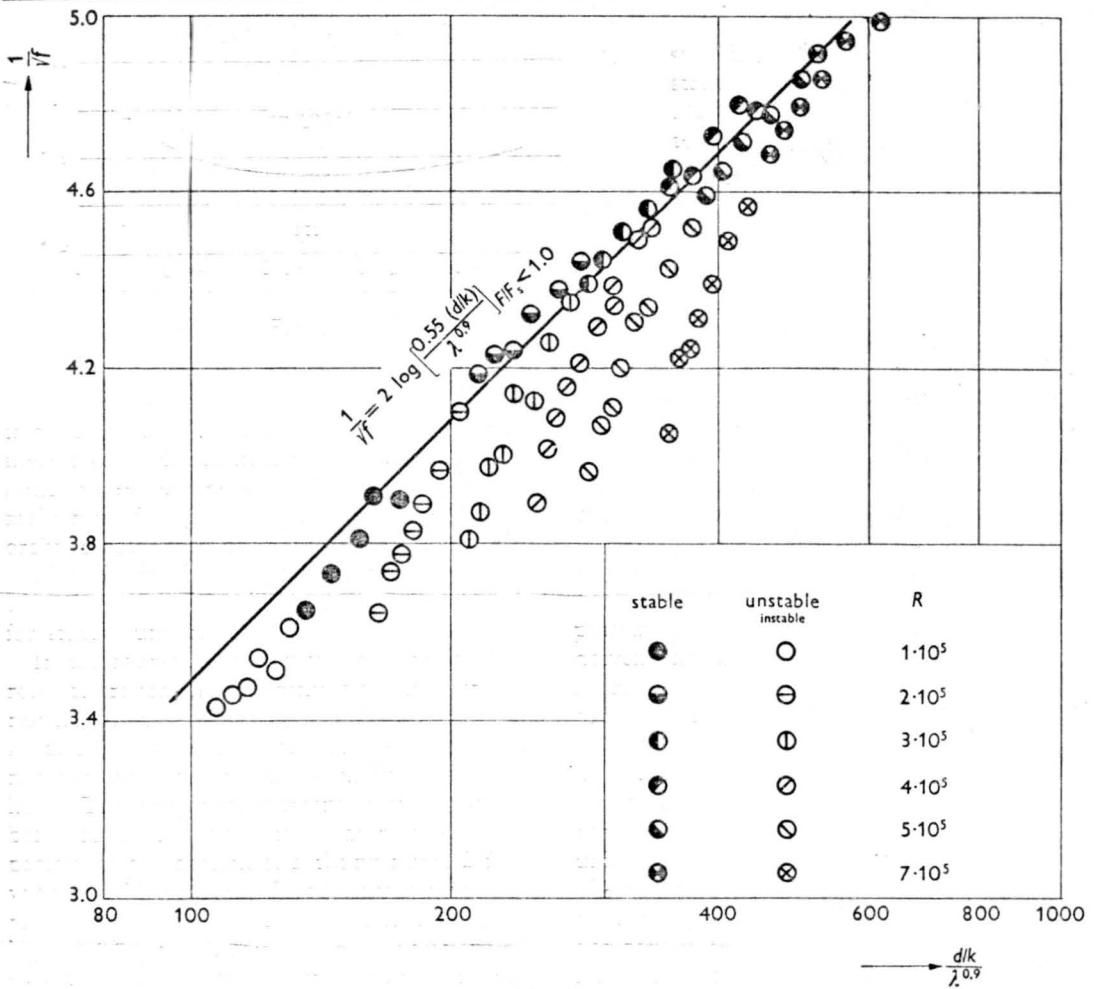


Fig. 2.

flume. In every case, division of the abscissa values by the two-thirds power of the ratio F/F_s was found to reduce the data for unstable flow to the functional trend of those for stable flow, as shown in Fig. 3 for the unstable-flow data of Fig. 2. Of particular import is the fact that although the smaller flume was too short to permit the formation of perceptible roll waves, they could usually be observed near the end of the longer flume for runs in which $F/F_s > 1$. Thus, not only is the role of gravity in open-channel resistance clearly related to the inherent instability of the free surface at high Froude numbers, but in the early stages of

ments de rugosité. Par contre, dans le cas du régime instable, on a vu que les résultats se sont écartés de cette fonction proportionnellement à la croissance du nombre de Froude F au-delà de sa valeur limite F_s correspondant à l'écoulement stable.

La figure 2 montre l'ensemble des résultats obtenus pour une concentration de rugosité type ($1/32$) dans le canal de 85 pieds de long. On y remarque nettement la déviation des valeurs correspondant à chaque débit particulier (c'est-à-dire correspondant à un nombre de Reynolds constant R) lorsque le nombre de Froude augmente au-delà de la limite de stabilité. Des

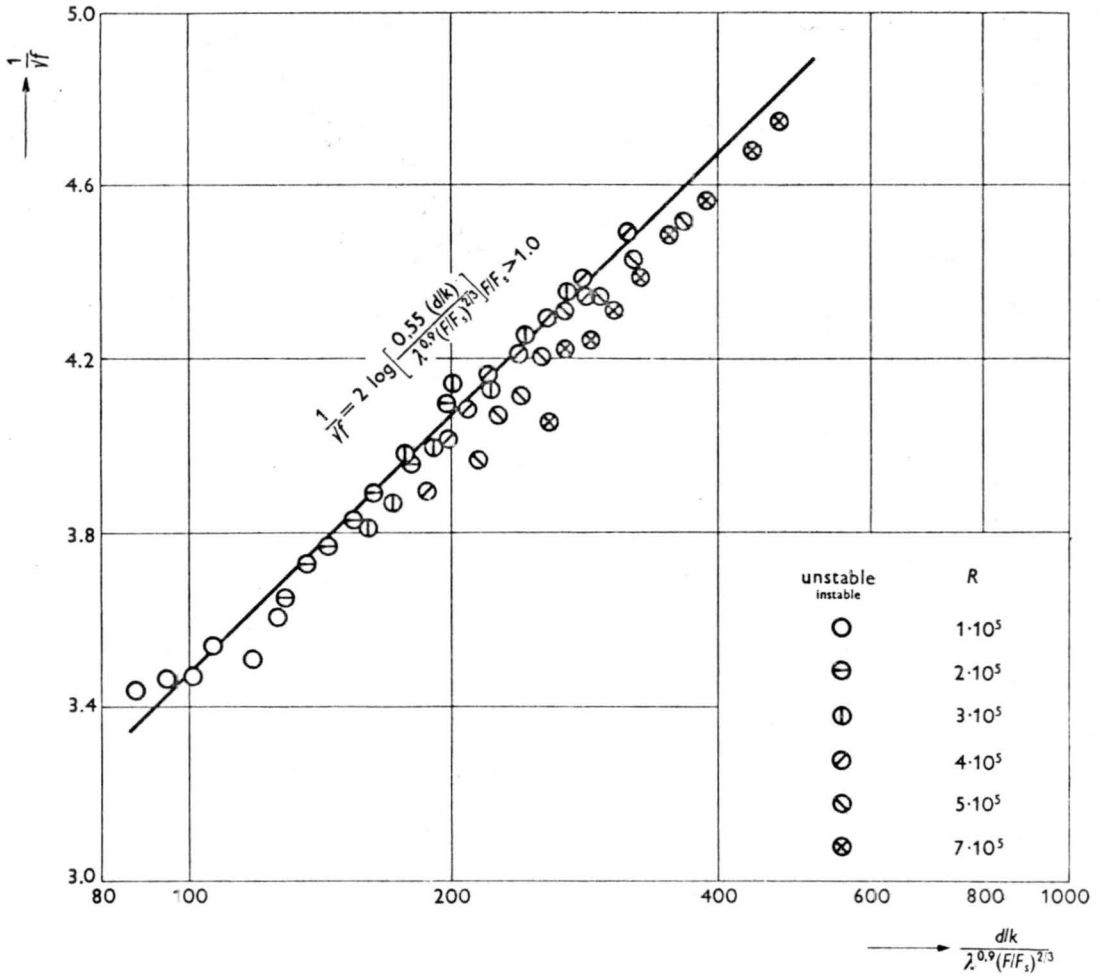


Fig. 3.

roll-wave formation the loss of head that this entails can be estimated through a simple modification of the usual resistance relationship for steady, uniform, openchannel flow.

graphiques semblables ont été obtenus avec la même concentration et avec d'autres, dans le plus court des deux canaux. Dans tous les cas, la division des valeurs en abscisse par la puissance $2/3$ du rapport F/F_s a eu pour résultat de ramener les données correspondant à l'écoulement instable à la même tendance fonctionnelle que celle des données correspondant à l'écoulement stable, ainsi que le montre la figure 3 (établie pour les données d'écoulement instable de la figure 2). Le fait singulièrement important qui ressort de ceci est que, bien que le plus petit des deux canaux ait été trop court pour permettre la formation de „roll waves” perceptibles, par contre, celles-ci apparaissaient

généralement au voisinage de l'extrémité du plus long des deux canaux, lorsque la valeur du rapport F/F_s était supérieure à l'unité. Par conséquent, il est évident que non seulement le rôle joué par la gravité dans la résistance des canaux ouverts est lié à l'instabilité intrinsèque de la surface libre correspondant aux nombres de Froude élevés, mais encore, pendant les premières phases de la formation des „roll waves”, la valeur de la perte de charge qui en résulte peut être évaluée, moyennant une simple modification de la relation classique correspondant à la résistance à l'écoulement permanent, et uniforme, dans un canal ouvert.

References

Bibliographie

1. JEGOROW, S. A., Turbulente Überwellenströmung (Schiessen) im offenen Gerinne mit glatten Wänden, *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, Vol. 35, 1940, p. 55-57.
2. POWELL, R. W., Flow in a Channel of Definite Roughness, *Transactions American Society of Civil Engineers*, Vol. 111, 1946, p. 531-66.
3. HOMMA, M., Fluid Resistance in Water Flow of High Froude Number, *Proceedings 2nd Japanese National Congress for Applied Mechanics*, 1952, p. 251-254.
4. JEFFREYS, H., The Flow of Water in an Inclined Channel of Rectangular Section, *Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 49, May, 1925, p. 793-807.
5. VEDERNIKOV, V. V., Characteristic Features of a Liquid Flow in an Open Channel, *Transactions USSR Academy of Sciences*, Vol. 52, 1946, p. 207-10.
6. IWASA, Y., The Criterion for Instability of Steady Uniform Flows in Open Channels, *Memoirs, Faculty of Engineering, Kyoto University*, Vol. 16, No. VI, 1954, p. 264-75.
7. KOLOSEUS, H. J., The Effect of Free-Surface Instability on Channel Resistance, Ph. D. Dissertation, State University of Iowa, 1958.
8. KOLOSEUS, H. J., and J. Davidian, Flow in an Artificially Roughened Channel, Vol. B, U.S. Geological Survey Annual Review for 1961.